

漲跌幅限制對 B-S 選擇權評價模型之影響

林萍珍

國立高應大金融系
副教授

lety@cc.kuas.edu.tw

洪冠宇

國立高應大金融資訊所
研究生

imkuanyuhong@gmail.com

摘要

在現今的金融次級市場中，股價決定於買者與賣者的交易行為中，市場看多的投資者大於看空的投資者，股票會上漲；反之則下跌，因此股價會持續的波動，倘若投機者有意在這樣的投資環境下賺取暴利，可能會利用各種可能使市場暴漲暴跌的手段，如釋放假消息、短時間內大量買進或賣出使市場波動劇烈，以便大量獲利，然而在台灣金融市場中投資人以散戶居多，對於股價的漲跌幅須加以限制，而中國大陸和日本也有不同的漲跌幅限制，而現今的衍生性商品發展多元，也有利用此漲跌幅特性的標的來發展選擇權，如期交所在 2003 年推出股票選擇權以及以台灣大盤加權指數為主的台指選擇權，若還是用未考慮漲跌幅限制的選擇權評價模型，可能會產生較大的誤差。本文的目的為推導在漲跌幅限制之下的選擇權模型(price limit of Black-Scholes 模型，簡稱 PL-BS 模型)，並利用電腦模擬結果，可得知在不同的漲跌幅限制參數之下是否會使選擇權的價格變動幅度大小，並與 Black-Scholes 模型(B-S 模型)的歐式買權價格來比較誤差大小。在實證上，主要挑選標的為成交量大的 2011 年 3 月契約的台指選擇權，實證期間於 2010/06/18 至 2011/03/18，波動率估計以前一天之隱含波動率當作今日之波動度。研究結果發現，PL-BS 模型在漲跌幅限制從 3%放寬至 10%，與 B-S 模型的差異度會越小；在漲跌幅限制為 7%時，若波動度太小反而算出之價格與 BS 模型差異甚小。

關鍵詞：漲跌幅限制、Black-Scholes 選擇權評價模型

1. 緒論

選擇權的起源來自於 17 世紀荷蘭人購買鬱金香時避險的工具，而台灣引進選擇權於金融市場在於 2001 年 12 月 24 日，第一項商品是以台灣證券交易所發行之加權股價指數為標的物，並稱之為台指選擇權，2010 年台指選擇權的交易量較 2009 年成長幅度達 37.72%。選擇權之所以重要且受到投資人的喜愛，是因為它具有以下 4 個優點；第一，選擇權可以遞延投資決策和擁有財務槓桿的效果，由於可以讓投資人在未來的某段時間決定是否執行買賣的權力，對於認為當時市場趨勢不夠明顯或者難以判斷市場是空頭或者多頭的投資人來說，選擇權是最好的選擇，另外投資人也只需付出一筆權利金，同時具有遞延交割與財務槓桿的效果；第二，提供標的資產最佳避險，在所有衍生性商品均有避險的功能，但選擇權比其他商品更佳，假設投資人買進股票希望保障獲利，可買進同等單位該標的股票的賣權，使得投資人最大損失僅止於買賣權之權利金，股票下跌損失僅止於權利金，股票上漲，獲利部位為上漲部位減去權利金部分，因此選擇權為衍生性商品中之最佳避險；第三，擁有較佳的停損功能，選擇權的停損功能比其他衍生性商品來的優越，主要是因為當市場行情短期波動非常劇烈時，如期貨的停損單碰觸到所設定的單位時，會立即執行，這樣的特性，當未來行情反轉時，而獲利時機已經為時已晚，反觀選擇權，僅需要付出權利金的代價，即可得到比一般衍生性金融商品要來的好的停損功能。第四，促進市場的流動性，不管任何型態的市場，如投資人的市場預期，如空頭、多頭、盤整、大漲，大跌...等，投資人皆可從中獲利，因此不管市場趨勢如何，皆可促進市場資

金流動。

為了滿足投資者對個股的避險需求，期交所在2003年1月20日推出股票選擇權，標的物為台積電(2330)、聯電(2303)、中鋼(2002)、南亞(1303)、富邦金(2881)，由於剛開始發行的股票選擇權契約單位規模較小，而每口的成本又與台指選擇權一樣，使得交易量每況愈下，導致到2003年12月的日均交易量為151口，2004年7月來到歷史新低點，日均交易量僅剩3口。期交所為了活絡股票選擇權交易，於2004年8月2日開始決定大幅調整股票選擇權與台灣指數期貨的契約規格，從每口1000股調整至5000股，降低每口交易成本，同時股票選擇權也將新增10檔交易標的，掛牌交易標的共計達15檔，另外取消近月契約改成當月契約和後4個季月契約，這樣可使每個契約在市場都有3個月以上的注目焦點。這樣可提升投資者對股票選擇權的興趣以及投資誘因。在期交所改制之後，2004年8月份日均量提高至2619口，在2009年1月5日第二次改制之前，其單日最大交易量在2007年8月3日有55,514口。

期交所為了吸引小額投資人也能參與股票選擇權交易，在2009年1月5日進行第三次改制，將每口契約5000股改成2000股，而股票選擇權交割月份從當月和4個季月調整成2個近月和3個季月，方便投資人配合指數期貨進行跨商品交易策略。而交割方式也由實物交割改為現金結算。改制後第一天交易量即達7萬8千餘口，為個股選擇權這項商品上市近6年來單日最大量，較前一次2007年8月3日單日最大交易量的55,514口，增加40.8%的交易量。雖交易量在改制後有明顯的增加，但每月平均交易量不比台指選擇權大。

不過在活絡台灣的金融市場中，股票選擇權還是占了重要的角色，而這也是政府這麼積極的對它進行改制的重要原因，而目前對股票選擇權的價值評估，僅僅是用傳統的Black-Scholes的歐式選擇權模型去評價，不過由於股票選擇權的標的物有遞延效果(left-over effect)，遞延效果是股價發生變動時，變動過大而碰到漲跌停

為股票，在台灣的金融市場中，股票具有漲跌幅限制的特性，因此傳統的價格評估會有錯估的可能。

在1973年Fischer Black和Myron Scholes聯合提出Black-Scholes歐式選擇權評價模型，用來計算理論上選擇權的目前價值，同時也為衍生性金融商品奠定優良的評價基礎。之後對各種衍生性商品的選擇權評價如雨後春筍般的發展。然而，B-S模型的推導牽涉到高深的數學，一般人不易了解其中的經濟意義，因此Cox, Ross及Rutinstein(1979)利用二元樹評價模型，讓人更能了解歐式評價模型是如何評價傳統的選擇權並且可利用該模型更容易去評價其它的衍生性金融商品，如美式選擇權、路徑相依選擇權。由B-S評價模型和二元樹評價模型可以了解到傳統的歐式選擇權評價模型是將標的資產發展至最終到期的資產價格時，並不考慮標的資產價格走勢的整個過程，僅考慮到所有可能發生的最終價格與所對應的機率。

雖然利用二元樹評價模型發展其他衍生性金融商品的評價模型會比需要複雜的數學的B-S模型更容易推展，但敏感度分析會因二元樹模型有間斷時間的特性而不能推展除了Delta、Gamma以外的避險參數，因此，若在連續時間之下可以推導其他的選擇權評價模型，除了可推導敏感度分析，其評價也較為準確。

傳統B-S的評價方法所採用的股價分配是對數常態分配，當股票具有漲跌幅限制的特性，實際發生的股價分配可能就不為B-S模型所假設之分配。可能在碰到漲跌停板時，會影響其原本之分配。有一派的學者，Greenwald and Stein (1991)，認為漲跌幅限制提供了一個冷卻期，讓投資者有時間去理性的重新估計股價。而Ma, Rao and Sears(1989)、Ma(1993)、Lee and Kim(1995)發現價格限制能降低波動度，可有效達到冷卻效果。但另一派的學者認為漲跌幅不影響真實股價的分配，會

板，並不會對它原有的路徑發生變動，而是遞延到下一期反映。如Sutrick(1993)、Yang & Brorson(1994)、Chou(1997)，而張志向、謝

松霖(2005)認為漲跌停板會明顯延遲基本面較差之公司的效率價格發現。

對於漲跌停板的限制是否影響實際的股價分配並沒有一個明顯的定論，因此對股價分配具有不同的假設，則會有不同的選擇權評價公式，如陳樂軒(2005)將股價分配改成雙邊截斷常態分配，並沒有導出封閉解，但以股票選擇權作為實證標的，反而比傳統B-S模型預測高估實際價格。羅文宏(2001)假設漲跌幅限制並不影響股價的實際分配，而只是延緩股價回到均衡值的速度，不過當到期日之股價還是未回到原本未考慮漲跌幅限制的股價時，意為當到期日當天，股價在漲跌停板之外的股價則不為未考慮漲跌幅限制的股價，而是漲跌停板之股價；由此假設為主軸，將B-S模型拆成三個選擇權：從期初至到期日當天的股價報酬率大於漲跌停板(1u)，歐式買權價值為 C_{BS}^u ；從期初至到期日當天的股價報酬率介於漲跌停板之間，歐式買權價值為 C_{BS}^m ；從期初至到期日當天的股價報酬率小於跌跌停板(1d)之間，歐式買權價值為 C_{BS}^d ，之後再考慮漲跌幅限制，建立「一天漲跌幅限制之歐式買權」以及「兩天漲跌幅限制之歐式買權」，利用考慮漲跌幅限制之蒙特卡羅模擬法為基準，且與B-S模型做比較，發現考慮漲跌幅限制的評價模型比B-S模型的誤差來的小，不過本研究發現羅文宏本篇所推導之評價模型並非有詳細之推導過程，對所算出之封閉解能存有疑慮。當拓展至「連續多日漲跌幅限制之歐式買權」，為了方便計算而仿照美式選擇權之數值方法，再推導漲跌幅限制下歐式選擇權之逼近解，並以台灣個股認購權證為實證標的，發現評價誤差並沒有改進，原因在於台灣認購權證價格本來就有高估情形，且股價波動度不大。

由於過去的研究，考慮漲跌幅限制的歐式選擇權評價法，並沒有一致的結論，所實證出來的績效也沒有傳統的B-S模型來的好，因此本文的目的是建立一個新的漲跌幅限制的歐式選擇權評價模型來改善傳統的B-S模型對實證的誤差，並導出封閉解，並且可以從公式中了解到加入漲跌幅限制後，對B-S模型的影響如何，而敏感度分析又會如何變動。

本文除第一節前言外，第二節為主要內容，第三節為實證結果與分析，第四節為結論與建議。

將考慮漲跌幅限制的股價變動過程模型化，並假設 σ 為股價變動率之標準差， μ 為股價變動率之期望值， $d\omega_t^p$ 代表在P測度下的Brownian Motion ω^p 從t到T，當股價變動率超越上漲變動百分比則為上漲變動百分比；而股價變動率比下跌變動百分比低，則為下跌

2. 研究架構

本文以股價變動碰到漲跌停板產生遞延效果為主要依據，進而推導考慮漲跌幅限制的股價變動過程，並且利用傳統的B-S模型所需之推導數學工具，推導新的歐式選擇權評價的封閉解，並將考慮漲跌幅限制之歐式選擇權評價模型命名為PL-BS模型，為了瞭解PL-BS評價模型是否符合歐式選擇權的基本性質，進而推導五個避險參數，即當股價、無風險利率、存續期間、波動度四大變數單一變動一個單位，而使選擇權價格變動多少單位，另外還有Delta變動的敏感度，Delta為股價變動之敏感度，而這五大避險參數也可稱敏感度分析，並且進行模擬分析來了解考慮漲跌幅限制之後的模型是否有符合歐式選擇權的基本性質以及當漲跌漲跌幅限制變動後，PL-BS模型與B-S模型的差異度如何。

本文假設股價變動過程服從對數常態分配，而超越漲跌停板的股價機率則集中於漲跌停板上，雖看似在在漲跌停板上為不連續之分配，實際上為連續對數常態分配，只不過超越漲跌停板之股價變為漲跌停板上的股價，股價變動過程如下圖，其中 a 為上漲變動百分比、 τ 為第0期至第T期的時間間隔、 S_0 為期初股價、 S_T 為第T期股價。

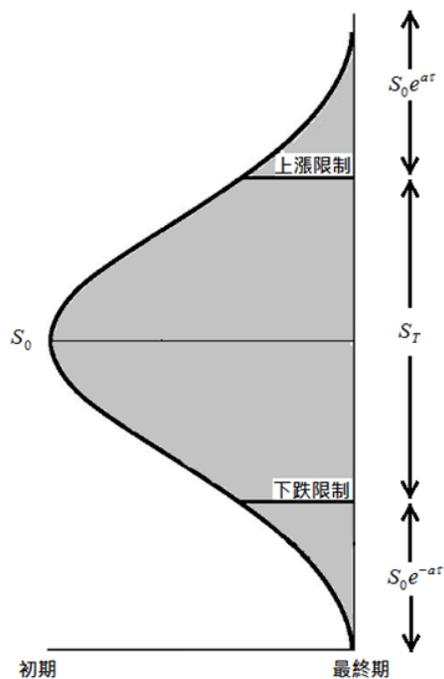


圖 1 考慮漲跌幅限制的股價變動過程圖

變動百分比，數學式如下：

$$\frac{ds}{s} = \begin{cases} adt & \text{if } \mu dt + \sigma d\omega_t^p > adt \\ \mu dt + \sigma d\omega_t^p & \text{if } -adt \leq \mu dt + \sigma d\omega_t^p \leq adt \\ -adt & \text{if } \mu dt + \sigma d\omega_t^p < -adt \end{cases} \quad (1)$$

當股價變動過程考慮了風險中立性，亦即長期之下，股價變動率為無風險報酬率，而 r 為無風險報酬率且令 Q 為風險中立環境的機率測度，機率測度轉換後如下：

$$\frac{ds}{s} = \begin{cases} adt & \text{if } \mu dt + \sigma d\omega_t^p > adt \\ rdt + \sigma d\omega_t^p & \text{if } -adt \leq rdt + \sigma d\omega_t^p \leq adt \\ -adt & \text{if } \mu dt + \sigma d\omega_t^p < -adt \end{cases} \quad (2)$$

在推導 PL-BS 評價模型之前，我們了解到到期日股價為其中的主要變數，不論是用 B-S 模型或者是 CRR 二元樹評價模型皆是將股價發展到期日，算出到期日的選擇權後，再依照配置選擇權的機率，算出期望值再折現，為目前的選擇權價值；由於股價在 B-S 模型中為對數常態分配，因此我們必須把考慮漲跌幅限制的對數股價為當作主要變數為 $\ln S$ ，在漲跌變動百分比內的股價變動率依原數學推導方式而得，在此不再贅述；

而漲跌變動百分比外的股價變動率為漲跌變動百分比，利用 *Itô's lemma* 推導而得，如下：

$$d\ln S = adt \quad (3)$$

因此我們可得整個對數股價變量的隨機過程，如下：

$$d\ln S = \begin{cases} adt & \text{if } \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma d\omega_t^Q > adt \\ \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma d\omega_t^Q & \text{if } -adt \leq \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma d\omega_t^Q \leq adt \\ -adt & \text{if } \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma d\omega_t^Q < -adt \end{cases} \quad (4)$$

最後假設 S_T 為到期日之股價，並利用移項可得股價變動過程，如下：

$$S_T = \begin{cases} e^{ar} & \text{if } S_t \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma \Delta W_T^Q\right] > e^{ar} \\ S_t \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma \Delta W_T^Q\right] & \text{if } e^{-ar} \leq S_t \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma \Delta W_T^Q\right] \leq e^{ar} \\ e^{-ar} & \text{if } S_t \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma \Delta W_T^Q\right] < e^{-ar} \end{cases} \quad (5)$$

在推導考慮漲跌幅限制的選擇權評價模型前，我們要先了解 B-S 模型在推導之前的假設為何，而我們依此假設下再推導，而模型假設如下：

1. 股票交易連續進行，且股票具可分割性
2. 交易費用和交易稅不存在
3. 可無限放空股票及充分利用放空得來的資金
4. 無風險利率存在，且在選擇權的存續期間為固定不變
5. 標的股在衍生性商品的存續期間

不分配現金股利

二、PL-BS 模型推導

當考慮漲跌幅限制的歐式買權可分成三大部分，股價報酬率小於下跌變動百分比；股價報酬率介於上漲變動百分比和下跌變動百分比之間；股價報酬率大於上漲變動百分比，如

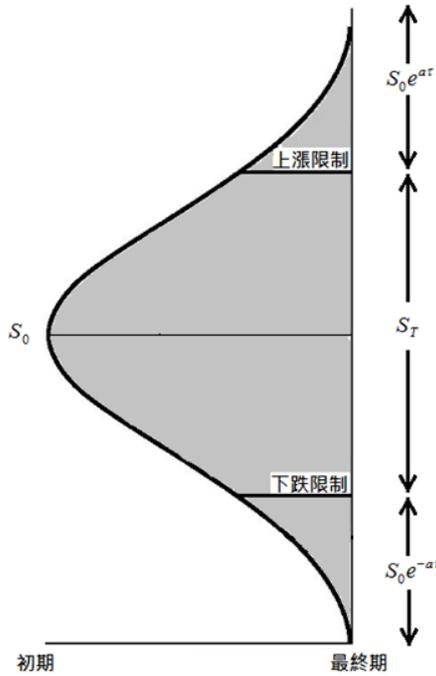


圖 1 考慮漲跌幅限制的股價變動過程圖。而我們發現履約價格放置在不同部分則會有不同的評價公式，如圖 2，可發現到從當日股價推得到期日之漲跌停板，而履約價格可能在三個不同的位置，而灰色面積為要積分之部

分。因此我們將分成下列三種條件下的買權價格，為了方便區分，命名為 C(1)、C(2)、C(3)。

$$\begin{cases} S_0 e^{-aT} > K & C(1) \\ S_0 e^{-aT} \geq K \geq S_0 e^{aT} & C(2) \\ K > S_0 e^{aT} & C(3) \end{cases} \quad (6)$$

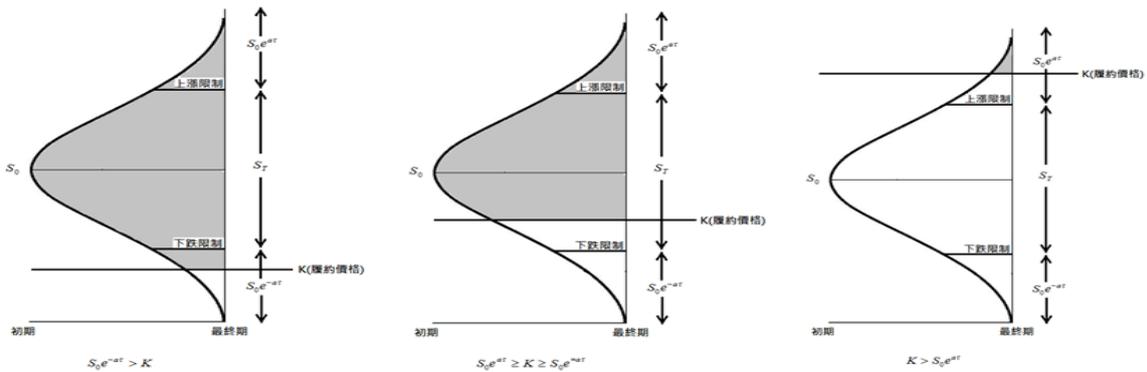


圖 2 履約條件不同位置圖

當 C(1) 為第 0 期至第 T 期的歐式買權，條件為 $S_0 e^{-aT} > K$ ，從圖 1 可看出有三部分要分別推導，分別是漲停板以上的部分、漲跌停板之間的部份以及跌停板以下的部分，公式如下：

$$\begin{aligned} C(1) = & e^{-rT} E^Q [\max(S_0 e^{aT} - K) | S_T > S_0 e^{aT}] \\ & + e^{-rT} E^Q [\max(S_T - K) | S_0 e^{-aT} \leq S_T \leq S_0 e^{aT}] \\ & + e^{-rT} E^Q [\max(S_0 e^{-aT} - K) | S_T < S_0 e^{-aT}] \end{aligned} \quad (7)$$

將上列條件期望值轉換成指標函數的型態，方便做數學上算

$$\begin{aligned} C(1) = & e^{-rT} E^Q [(S_0 e^{aT} - K) I_{\{S_T > K\}} I_{\{S_T > S_0 e^{aT}\}}] \\ & + e^{-rT} E^Q [(S_T - K) I_{\{S_T > K\}} I_{\{S_0 e^{-aT} \leq S_T \leq S_0 e^{aT}\}}] \\ & + e^{-rT} E^Q [(S_0 e^{-aT} - K) I_{\{S_T > K\}} I_{\{S_T < S_0 e^{-aT}\}}] \end{aligned} \quad (8)$$

在指標函數中的變數相同皆為股價，因假設股價為對數常態分配，所以兩兩互相獨立可表達成兩指標函數的交集，如下：

$$\begin{aligned} C(1) = & e^{-rT} E^Q [(S_0 e^{aT} - K) I_{\{S_T > K \cap S_T > S_0 e^{aT}\}}] \\ & + e^{-rT} E^Q [(S_T - K) I_{\{S_T > K \cap S_0 e^{-aT} \leq S_T \leq S_0 e^{aT}\}}] \\ & + e^{-rT} E^Q [(S_0 e^{-aT} - K) I_{\{S_T > K \cap S_T < S_0 e^{-aT}\}}] \end{aligned} \quad (9)$$

漲跌停板 S_0e^{aT} 、 S_0e^{-aT} 中的變數皆為參數，因此可視為常數，指標函數中的條件，再考慮 $S_0e^{-aT} > K$ 下，可成為

$$\begin{aligned} C(1) = & (S_0e^{aT} - K)e^{-rT} E^Q \left[I_{\{S_T > S_0e^{aT}\}} \right] \\ & + e^{-rT} E^Q \left[S_T I_{\{S_0e^{-aT} \leq S_T \leq S_0e^{aT}\}} \right] \\ & - Ke^{-rT} E^Q \left[I_{\{S_0e^{-aT} \leq S_T \leq S_0e^{aT}\}} \right] \\ & + (S_0e^{-aT} - K)e^{-rT} E^Q \left[I_{\{K < S_T < S_0e^{-aT}\}} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

接著利用 Martingale 評價方式導出封閉解

$$\begin{aligned} C(1) = & (S_0e^{aT} - K)e^{-rT} N(d_1) \\ & + S_0[N(d_2) - N(d_3)] \\ & - Ke^{-rT} [N(d_4) - N(d_5)] \\ & + (S_0e^{-aT} - K)e^{-rT} [N(f_1) - N(d_4)] \end{aligned} \quad (11)$$

依 S_0 、 K 分別整理，簡化評價公式可得

$$\begin{aligned} C(1) = & S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} ((f_1) - N(d_4)) \right] \\ & - Ke^{-rT} [N(d_1) + N(d_4) - N(d_5) + N(f_1) - N(d_4)] \\ = & S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} ((f_1) - N(d_4)) \right] \\ & - Ke^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } d_1 = & \frac{aT - \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & d_2 = & \frac{aT + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & d_3 = & \frac{-aT + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ d_4 = & \frac{aT + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & d_5 = & \frac{-aT + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & f_1 = & \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \end{aligned}$$

求解在 $S_0e^{-aT} \geq K \geq S_0e^{aT}$ 條件下的 C(2)，求解方式如同 C(1)，在此不再贅述，其封閉解如下：

$$\begin{aligned} C(2) = & e^{-rT} E^Q [\max(S_0e^{aT} - K, 0) | S_T > S_0e^{aT}] \\ & + e^{-rT} E^Q [\max(S_T - K, 0) | K \leq S_T \leq S_0e^{aT}] \\ = & (S_0e^{aT} - K)e^{-rT} N(d_1) + S_0[N(f_2) - N(d_3)] - Ke^{-rT} [N(f_1) - N(d_5)] \\ = & S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3) \right] - Ke^{-rT} [N(d_1) + N(f_1) - N(d_5)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } d_1 = & \frac{aT - \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & , & & d_3 = & \frac{-aT + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & , & & d_5 = & \frac{-aT + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ f_1 = & \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} & , & & f_2 = & \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \end{aligned}$$

在 $K > S_0e^{aT}$ 條件下的 C(3)，如圖 2 之 3，可能實際上在沒考慮漲跌之下有可能發生，但加入漲跌幅限制之後，漲停板以上的股價會變成漲停板，若換成另一種說法，漲停板以上的機率會加至漲停板，因此履約價格在漲停板上的最終期買權價格為 0，所以 C(3) 為 0。

將兩個不同條件下的買權利用指標函數作結合，簡化其公式，完整公式如下：

$$\begin{aligned} C_{PL} = & C(1) I_{\{K < S_0e^{-aT}\}} + C(2) I_{\{S_0e^{-aT} \leq K \leq S_0e^{aT}\}} \\ = & \left[S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} ((f_1) - N(d_4)) \right] \right. \\ & \left. - Ke^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] \right] I_{\{K < S_0e^{-aT}\}} \\ & + \left[S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3) \right] \right. \\ & \left. - Ke^{-rT} [N(d_1) + N(f_1) - N(d_5)] \right] I_{\{S_0e^{-aT} \leq K \leq S_0e^{aT}\}} \end{aligned} \quad (14)$$

三、敏感度分析

為了瞭解 PL-BS 模型是否符合 B-S 模型的基本性質，並且若選擇權本身具有漲

跌幅限制的特性，使用原有的避險參數去避險，可能會有不必要的誤差，因此求出

PL-BS 模型的避險參數有其必要性。

求算 Delta 是為了當股價發生變動一單位時，可以了解到買權價格的變量是多少單位。由於 PL-BS 之 Delta 公式比 B-S 之 Delta 公式複雜許多，且無法馬上判斷

考慮漲跌幅限制後，其 PL-BS 模型的基本性質能不能與歐式選擇權一樣，因此會在下一章進行模擬分析了解 PL-BS 之 Delta 是否符合選擇權 Delta 的基本性質。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_{PL}(1)}{\partial S} &= \frac{\partial \left[\frac{S_0 [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4))] - Ke^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)]}{\partial S} \right]}{\partial S} \\
 &= [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4))] \\
 &\quad + (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \frac{\partial N(f_1)}{\partial f_1} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial S} \\
 &= [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4))] \\
 &\quad + (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}}
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_{PL}(2)}{\partial S} &= \frac{\partial \left[\frac{S_0 [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3)] - Ke^{-rT} [N(d_1) + N(f_1) - N(d_5)]}{\partial S} \right]}{\partial S} \\
 &= [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3)] + S \frac{\partial N(f_2)}{\partial f_2} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial S} - Ke^{-rT} \frac{\partial N(f_1)}{\partial f_1} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial S} \\
 &= [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3)] + \frac{n(f_2)}{\sigma\sqrt{T}} - Ke^{-rT} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\text{其中 } n(f) = \frac{\partial N(f)}{\partial f} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{f^2}{2}}, \quad f = f_1, f_2$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_{PL}}{\partial S} &= \frac{\partial C_{PL}(1)}{\partial S} I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} + \frac{\partial C_{PL}(2)}{\partial S} I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}} \\
 &= \left[\frac{e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3)}{+ e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4))} \right] + (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}} I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} \\
 &\quad + \left[\frac{e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3)}{+ \frac{n(f_2)}{\sigma\sqrt{T}} - Ke^{-rT} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}}} \right] I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}}
 \end{aligned} \tag{17}$$

為了瞭解考慮過漲跌幅限制之後的 Gamma (簡稱 PL-Gamma) 在當股價等於 S 的價位時，買權價值線的弧度，意為 Delta

變動的敏感度是否符合選擇權 Gamma 的基本性質。當 Gamma 越大代表當股價變動時，Delta 的變動越大，避險就越困難。而

PL-Gamma 公式比 B-S 模型之 Gamma 模型更 符合選擇權的基本性質。
複雜，也需要進行模擬分析方可了解是否

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{PL}^2(1)}{\partial S^2} &= \frac{\partial \left[\begin{aligned} &e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) \\ &+ e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4)) \end{aligned} \right] + (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}}}{\partial S} \\
&= e^{-(a+r)T} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}} + (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \left(\frac{\frac{\partial n(f_1)}{\partial S} S\sigma\sqrt{T} - n(f_1)\sigma\sqrt{T}}{(S\sigma\sqrt{T})^2} \right) \\
&= e^{-(a+r)T} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}} + (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \left(\frac{-f_1 n(f_1) - n(f_1)\sigma\sqrt{T}}{(S\sigma\sqrt{T})^2} \right) \\
&= e^{-(a+r)T} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}} - (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \left(\frac{n(f_1)(f_1 + \sigma\sqrt{T})}{(S\sigma\sqrt{T})^2} \right) \tag{18}
\end{aligned}$$

$$\text{其中 } \frac{\partial n(f_1)}{\partial S} = \frac{\partial n(f_1)}{\partial f_1} \frac{\partial f_1}{\partial S} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{f_1^2}{2}} \right)}{\partial f_1} \frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{f_1^2}{2}} \cdot (-f_1) \cdot \frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} = \frac{-f_1 n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{PL}^2(2)}{\partial S^2} &= \frac{\partial \left[\begin{aligned} &e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3) \\ &+ \frac{n(f_2)}{\sigma\sqrt{T}} - Ke^{-rT} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}} \end{aligned} \right]}{\partial S} \\
&= \frac{n(f_2)}{S\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \frac{\partial n(f_2)}{\partial f_2} \frac{\partial f_2}{\partial S} - Ke^{-rT} \left(\frac{\frac{\partial n(f_1)}{\partial S} S\sigma\sqrt{T} - n(f_1)\sigma\sqrt{T}}{(S\sigma\sqrt{T})^2} \right) \\
&= \frac{n(f_2)}{S\sigma\sqrt{T}} + \frac{-f_2 n(f_2)}{S(\sigma\sqrt{T})^2} + Ke^{-rT} \left(\frac{n(f_1)(f_1 + \sigma\sqrt{T})}{(S\sigma\sqrt{T})^2} \right) \\
&= \frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} \left(n(f_2) - \frac{f_2 n(f_2)}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{Ke^{-rT} n(f_1)(f_1 + \sigma\sqrt{T})}{S\sigma\sqrt{T}} \right) \tag{19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{PL}^2}{\partial S^2} &= \frac{\partial C_{PL}^2(1)}{\partial S^2} I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} + \frac{\partial C_{PL}^2(2)}{\partial S^2} I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}} \\
&= \left[e^{-(a+r)T} \frac{n(f_1)}{S\sigma\sqrt{T}} - (e^{-(a+r)T} - Ke^{-rT}) \left(\frac{n(f_1)(f_1 + \sigma\sqrt{T})}{(S\sigma\sqrt{T})^2} \right) \right] I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} \\
&\quad + \left[\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} \left(n(f_2) - \frac{f_2 n(f_2)}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{Ke^{-rT} n(f_1)(f_1 + \sigma\sqrt{T})}{S\sigma\sqrt{T}} \right) \right] I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}} \tag{20}
\end{aligned}$$

Vega 可以隨著標的資產之波動度增加一單位時，買權的價值也會跟著增加多少變量。若 Vega 越大代表選擇權的價值對波動率就越敏感。

$$\frac{\partial N(g_1)}{\partial \sigma} = \frac{\partial n(g_1)}{\partial g_1} \frac{\partial g_1}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{g_1^2}{2}} \cdot \frac{\sqrt{T}}{2}, \text{ 其中 } g_1 = d_1, d_2, d_3, f_2 \tag{21}$$

$$\frac{\partial N(g_2)}{\partial \sigma} = \frac{\partial n(g_2)}{\partial g_2} \frac{\partial g_2}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{g_2^2}{2}} \cdot \frac{\sqrt{T}}{2}, \text{ 其中 } g_2 = d_4, d_5, f_1 \tag{22}$$

$$\frac{\partial C_{PL}^2(1)}{\partial \sigma} = \frac{\partial \left[\begin{aligned} &S_0 [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4))] \\ &- Ke^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] \end{aligned} \right]}{\partial \sigma}$$

$$= \frac{\sqrt{T}}{2} \left[\begin{array}{c} S_0 \left(e^{(a-r)T} n(d_1) + n(d_2) - n(d_3) - e^{-(a+r)T} (n(f_1) - n(d_4)) \right) \\ - K e^{-rT} (n(d_1) + n(d_5) - n(f_1)) \end{array} \right] \quad (23)$$

$$\frac{\partial C_{PL}^2(2)}{\partial \sigma} = \frac{\partial \left[\begin{array}{c} S_0 [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3)] \\ - K e^{-rT} [N(d_1) + N(f_1) - N(d_5)] \end{array} \right]}{\partial \sigma}$$

$$= \frac{\sqrt{T}}{2} \left[S_0 \left(e^{(a-r)T} n(d_1) + n(f_2) - n(d_3) \right) - K e^{-rT} (n(d_1) + n(d_5) - n(f_1)) \right] \quad (24)$$

$$\frac{\partial C_{PL}^2}{\partial \sigma} = \frac{\partial C_{PL}^2(1)}{\partial \sigma} I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} + \frac{\partial C_{PL}^2(2)}{\partial \sigma} I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}}$$

$$= \frac{\sqrt{T}}{2} \left[\begin{array}{c} S_0 \left(e^{(a-r)T} n(d_1) + n(d_2) - n(d_3) - e^{-(a+r)T} (n(f_1) - n(d_4)) \right) \\ - K e^{-rT} (n(d_1) + n(d_5) - n(f_1)) \end{array} \right] I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} \quad (25)$$

$$+ \frac{\sqrt{T}}{2} \left[\begin{array}{c} S_0 \left(e^{(a-r)T} n(d_1) + n(f_2) - n(d_3) \right) \\ - K e^{-rT} (n(d_1) + n(d_5) - n(f_1)) \end{array} \right] I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}}$$

Rho 代表當利率變動時，對選擇權價格的影響。

$$\frac{\partial N(d_1)}{\partial \sigma} = \frac{\partial n(d_1)}{\partial d_1} \frac{\partial d_1}{\partial r} = -n(d_1) \cdot \frac{\sqrt{T}}{\sigma} \quad (26)$$

$$\frac{\partial N(h)}{\partial \sigma} = \frac{\partial n(h)}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial r} = n(h) \cdot \frac{\sqrt{T}}{\sigma}, \text{ 其中 } h = d_2, d_3, d_4, d_5, f_1, f_2 \quad (27)$$

$$\frac{\partial C_{PL}^2(1)}{\partial r} = \frac{\partial \left[\begin{array}{c} S_0 [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4))] \\ - K e^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] \end{array} \right]}{\partial r}$$

$$= \frac{S_0 \sqrt{T}}{\sigma} \left(\begin{array}{c} -\sigma \sqrt{T} e^{(a-r)T} N(d_1) - e^{(a-r)T} n(d_1) + n(d_2) - n(d_3) \\ -\sigma \sqrt{T} e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4)) + e^{-(a+r)T} (n(f_1) - n(d_4)) \end{array} \right)$$

$$+ K e^{-rT} \left[T(N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)) + \frac{\sqrt{T}}{\sigma} (n(d_1) + n(d_5) - n(f_1)) \right] \quad (28)$$

$$\frac{\partial C_{PL}^2(2)}{\partial r} = \frac{\partial \left[\begin{array}{c} S_0 [e^{(a-r)T} N(d_1) + N(f_2) - N(d_3)] \\ - K e^{-rT} [N(d_1) + N(f_1) - N(d_5)] \end{array} \right]}{\partial r}$$

$$= \frac{S_0 \sqrt{T}}{\sigma} \left(-\sigma \sqrt{T} e^{(a-r)T} N(d_1) - e^{(a-r)T} n(d_1) + n(f_2) - n(d_3) \right)$$

$$+ K e^{-rT} \left[T(N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)) + \frac{\sqrt{T}}{\sigma} (n(d_1) + n(d_5) - n(f_1)) \right] \quad (29)$$

$$\frac{\partial C_{PL}^2}{\partial r} = \frac{\partial C_{PL}^2(1)}{\partial r} I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}} + \frac{\partial C_{PL}^2(2)}{\partial r} I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}}$$

$$= \left[\begin{array}{c} \frac{S_0 \sqrt{T}}{\sigma} \left(-\sigma \sqrt{T} e^{(a-r)T} N(d_1) - e^{(a-r)T} n(d_1) + n(d_2) - n(d_3) \right) \\ -\sigma \sqrt{T} e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4)) + e^{-(a+r)T} (n(f_1) - n(d_4)) \end{array} \right] I_{\{K < S_0 e^{-aT}\}}$$

$$+ \left[\begin{array}{c} \frac{S_0 \sqrt{T}}{\sigma} \left(-\sigma \sqrt{T} e^{(a-r)T} N(d_1) - e^{(a-r)T} n(d_1) + n(f_2) - n(d_3) \right) \\ -\sigma \sqrt{T} e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4)) + e^{-(a+r)T} (n(f_1) - n(d_4)) \end{array} \right] I_{\{S_0 e^{-aT} \leq K \leq S_0 e^{aT}\}}$$

(30)

Theta 是為了瞭解買權價值隨著時間消失而消失的價值，然而考慮漲跌幅限制之後的公式也過於複雜，也會進行模擬分析來檢驗 PL-BS 模型之 Theta 是否符合歐式選擇權，並從中了解加入漲跌幅限制，對 Theta 的影響如何。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{PL}(1)}{\partial t} &= -\frac{\partial C_{PL}(1)}{\partial T} \\
&= -\frac{\partial \left[S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4)) \right] - K e^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] \right]}{\partial T} \\
&= -\left[\begin{aligned} &S_0 \left[(a-r)e^{(a-r)T} N(d_1) + e^{(a-r)T} \left(\frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} \frac{\partial d_1}{\partial T} + \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} \frac{\partial d_2}{\partial T} - \frac{\partial N(d_3)}{\partial d_3} \frac{\partial d_3}{\partial T} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e^{-(a+r)T} \left(\frac{\partial N(f_1)}{\partial f_1} \frac{\partial f_1}{\partial T} - \frac{\partial N(d_4)}{\partial d_4} \frac{\partial d_4}{\partial T} \right) \right] \right. \\ &\left. + K r e^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] - K e^{-rT} \left[\frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} \frac{\partial d_1}{\partial T} - \frac{\partial N(d_5)}{\partial d_5} \frac{\partial d_5}{\partial T} + \frac{\partial N(f_1)}{\partial f_1} \frac{\partial f_1}{\partial T} \right] \right] \\
&= -\left[\begin{aligned} &S_0 \left[(a-r)e^{(a-r)T} N(d_1) + e^{(a-r)T} n(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial T} + n(d_2) \frac{\partial d_2}{\partial T} - n(d_3) \frac{\partial d_3}{\partial T} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e^{-(a+r)T} \left(n(f_1) \frac{\partial f_1}{\partial T} - n(d_4) \frac{\partial d_4}{\partial T} \right) \right] \right. \\ &\left. + K e^{-rT} \left[r(N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)) - n(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial T} + n(d_5) \frac{\partial d_5}{\partial T} - n(f_1) \frac{\partial f_1}{\partial T} \right] \right] \\
&= -\left[\begin{aligned} &S_0 \left[(a-r)e^{(a-r)T} N(d_1) + e^{(a-r)T} n(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial T} + n(d_2) \frac{\partial d_2}{\partial T} - n(d_3) \frac{\partial d_3}{\partial T} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e^{-(a+r)T} \left(n(f_1) \frac{\partial f_1}{\partial T} - n(d_4) \frac{\partial d_4}{\partial T} \right) \right] \right. \\ &\left. + K e^{-rT} \left[r(N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)) - n(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial T} + n(d_5) \frac{\partial d_5}{\partial T} - n(f_1) \frac{\partial f_1}{\partial T} \right] \right] \tag{31}
\end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{PL}(2)}{\partial t} &= -\frac{\partial C_{PL}(2)}{\partial T} \\
&= -\frac{\partial \left[S_0 \left[e^{(a-r)T} N(d_1) + N(d_2) - N(d_3) + e^{-(a+r)T} (N(f_1) - N(d_4)) \right] - K e^{-rT} [N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)] \right]}{\partial T} \\
&= -\left[\begin{aligned} &S_0 \left[(a-r)e^{(a-r)T} N(d_1) + e^{(a-r)T} n(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial T} + n(d_2) \frac{\partial d_2}{\partial T} - n(d_3) \frac{\partial d_3}{\partial T} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e^{-(a+r)T} \left(n(f_1) \frac{\partial f_1}{\partial T} - n(d_4) \frac{\partial d_4}{\partial T} \right) \right] \right. \\ &\left. + K e^{-rT} \left[r(N(d_1) - N(d_5) + N(f_1)) - n(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial T} + n(d_5) \frac{\partial d_5}{\partial T} - n(f_1) \frac{\partial f_1}{\partial T} \right] \right] \tag{32}
\end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\frac{\partial d_1}{\partial T} &= \frac{-a+r-\frac{\sigma^2}{2}}{2\sigma\sqrt{T}}, & \frac{\partial d_2}{\partial T} &= \frac{a+r+\frac{\sigma^2}{2}}{2\sigma\sqrt{T}}, & \frac{\partial d_3}{\partial T} &= \frac{-a+r+\frac{\sigma^2}{2}}{2\sigma\sqrt{T}} \\
\frac{\partial d_4}{\partial T} &= \frac{a+r-\frac{\sigma^2}{2}}{2\sigma\sqrt{T}}, & \frac{\partial d_5}{\partial T} &= \frac{-a+r-\frac{\sigma^2}{2}}{2\sigma\sqrt{T}}, & \frac{\partial f_1}{\partial T} &= -\frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right)}{2\sigma\sqrt{T^3}} + \frac{r+\frac{\sigma^2}{2}}{2\sigma\sqrt{T}}
\end{aligned}$$

2. 研究結果

根據本研究推導之 PL-BS 模型來進行電腦模擬測試，並與 B-S 模型比較。主要針對漲跌幅限制為 3%、7%、10% 時了解 PL-BS 的敏感度分析的變化幅度。

2.1 PL-BS 模擬結果

2.1.1 股價對買權價格影響

參數代號	參數設定
S	70~130
K	100
r	0.0165
σ	1.2
T	3

表 1 股票價格變動對買權價格影響之參數設定

在資產價格變動過程加入漲跌幅限制後，理論上當限制越大，買權的價格會因到期買權價格有所限制使得所算出之價格更低。由模擬結果更可有所了解，價格較高的為 B-S 模型，價格價低則為 PL-BS 模型。

在圖 4 中漲跌幅限制為 3%，股價越靠近價平位置(價平:當股價等於履約價格)，PL-BS 買權價格會比 B-S 更低，而當漲跌幅限制越放寬，兩種模型的差異會越來越接近，從圖 5 可發現漲跌幅限制為 7% 時兩者價格可看出雖然相近能有一點差異，部過圖 6 上漲跌幅限制為 10%，長期來說，對買權價格並無顯著影響，可能當波動度更大事才能看出差異。

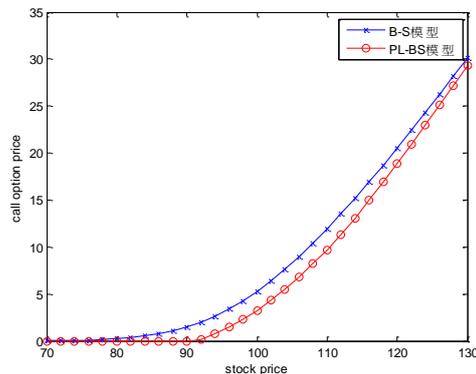


圖 3 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 3% 之股價變動的買權價格敏感度分析

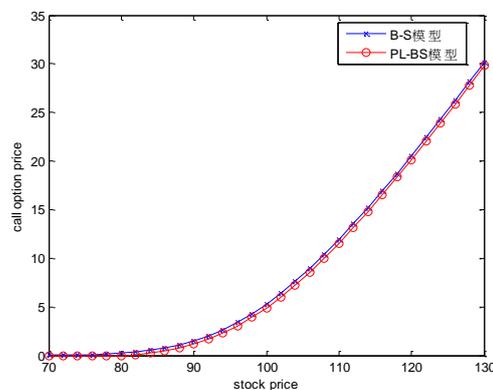


圖 4 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 7% 之股價變動的買權價格敏感度分析

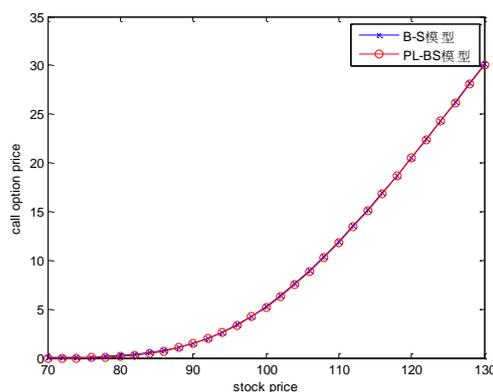


圖 5 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 10% 之股價變動的買權價格敏感度分析

2.1.2 履約價格(K)對買權價格影響

在歐式買權中，履約價格越高會使得

買權價格越不值錢，而考慮漲跌幅限制之後，更會是買權價格比未考慮漲跌幅限制低，從圖 7 中，在漲跌幅限制為 3% 時，履約價格越接近股價，PL-BS 模型所計算之價格會比 B-S 模型的價格來的低很多。

參數代號	參數設定
S	100
K	70~130
r	0.0165
σ	1.2
T	3

表 2 履約價格變動對買權價格影響之參數設定

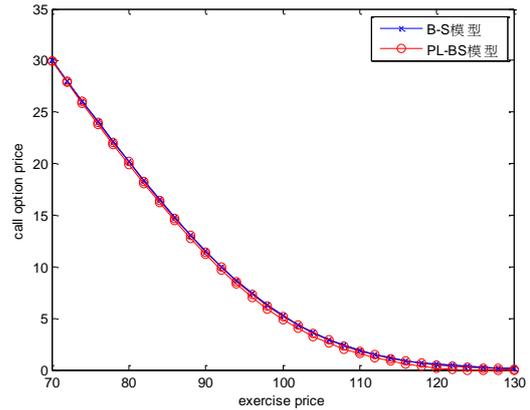


圖 7 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 7% 之履約價格變動的買權價格敏感度分析

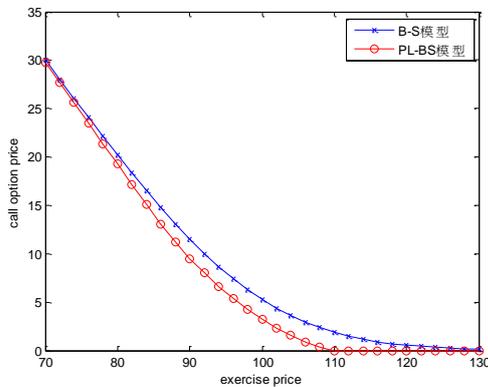


圖 6 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 3% 之履約價格變動的買權價格敏感度分析

當漲跌幅限制放寬至 7%，漲跌幅限制對買權價格的影響就相對低很多，除非波動率變大，才會使買權價格更具差異性。而當漲跌幅限制為 10% 時，兩種模型所推出之價格無顯著差異。

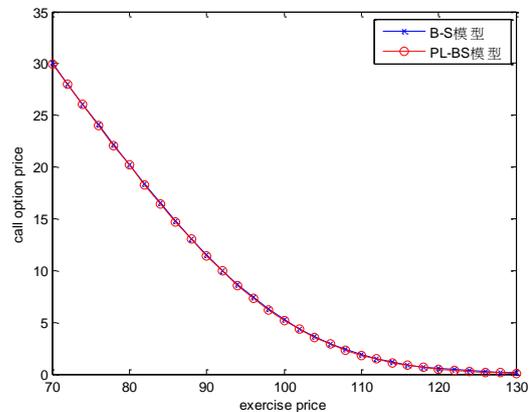


圖 8 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 10% 之履約價格變動的買權價格敏感度分析

2.1.3 無風險利率(r)對買權價格影響

在其他參數設定條件不變下，且無風險利率以每變動 0.01 單位來了解買權價格之變化。在漲跌幅限制為 3% 時，可發現買權價格無論是哪種模型皆會因無風險利率上升使得買權價格提高。不過因為漲跌幅限制的關係，反而會是買權價格降低。從圖 11 可看出當漲跌幅限制 3% 時，買權價格至少會比未考慮之漲跌幅價格低 1.5 以上；然而，當限制放寬至 7% 時，如圖 11，兩種模型之差異縮短在 1.2 到 1.5 的範圍之內，限制放寬至 10% 時，如圖 12，兩者模型買權價格還是具有差異性，不過從這三張圖可發現，當無風險利率提高，漲跌

幅限制固定下，兩種模型價格的差距皆保持固定不變。無風險利率的大小並不會因漲跌幅限制使得買權價格變動的幅度大小有所改變。

參數代號	參數設定
S	100
K	100
r	0~0.5
σ	1.2
T	3

表 3 無風險利率變動對買權價格影響之參數設定

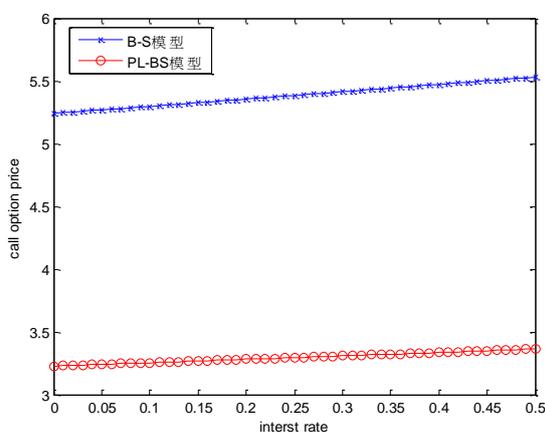


圖 9 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 3% 之無風險利率變動的買權價格敏感度分析

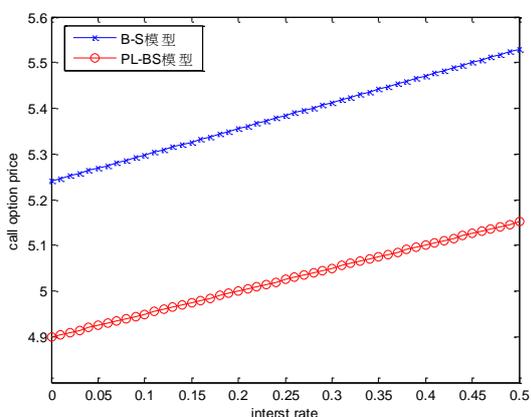


圖 10 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 7% 之無風險利率變動的買權價格敏感度分析

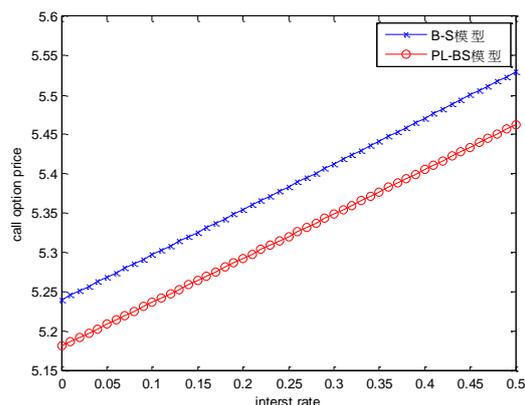


圖 11 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 10% 之無風險利率變動的買權價格敏感度分析

2.1.4 到期期間(T)對買權價格影響

隨著到期期間越拉越接近，股價變動過程會因為時間越來越短，到期股價會越來越明朗，使得買權價格越來越低，而在表 4，我們對到期期間設定 0~40 天，然而加入了漲跌幅限制，買權價格也跟著降低。在漲跌幅限制為 3% 時，如圖 13，到期期間越接近，PL-BS 模型與 B-S 模型所算出的買權價格差異會越來越大，到了漲跌幅限制設定為 7%，如圖 14，可知隨漲跌幅限制由 3% 改為 7%，兩者買權模型的差異會越趨越近，而漲跌幅限制為 10% 時，無論到期期間如何變動，兩者模型的差異度近乎為零，可知漲跌幅限制放寬為 10%，到期期間參數對買權價格在有無考慮漲跌幅限制其實相差無異。

參數代號	參數設定
S	100
K	100
r	0.0165
σ	1.2
T	0~40

表 4 到期期間變動對買權價格影響之參數設定

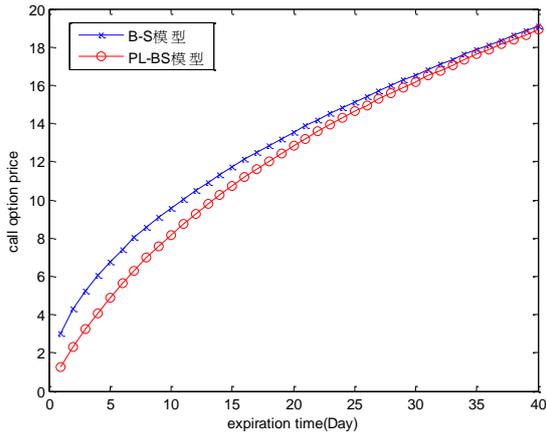


圖 12 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 3%之到期時間的買權價格敏感度分析

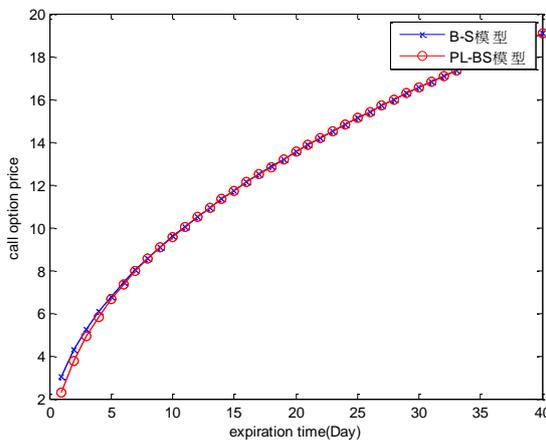


圖 13 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 7%之到期時間的買權價格敏感度分析

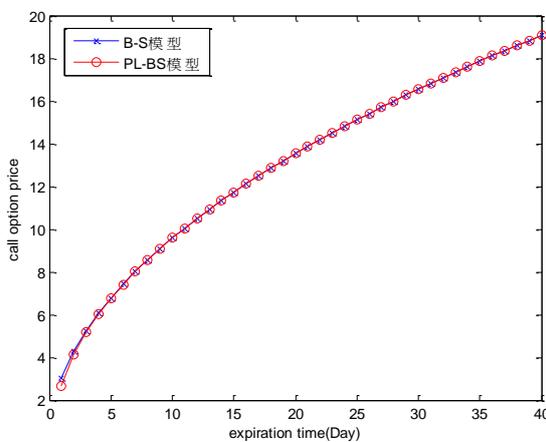


圖 14 波動率為 1.2 漲跌幅限制為 10%之到期時間的買權價格敏感度分析

2.1.5 波動率(σ)對買權價格影響

波動率設定為跳動單位為 0.01，由 0 至 4，在未考慮漲跌幅限制時，隨著波動率上升，買權價格也跟著提高，當漲跌幅設定為 3% 時，如圖 16，波動率提高至 0.5 以上，買權價格便也會受到限制，且 PL-BS 模型之後會與 B-S 模型的買權價格差異越趨越大。不過隨著漲跌幅限制設定的放寬，如圖 17，限制設定為 7%，波動率大約超過 1 以上，兩者模型價格才會有明顯差距。而限制改為 10% 時，如圖 18，可發現波動率為 1.5 以上，兩者模型價格才會有明顯差距。由圖 16、圖 17、圖 18 可了解到波動率對買權價格影響會因為漲跌幅限制的大小而有所改變，且漲跌幅限制之大小會限制波動率對買權價格的影響。

參數代號	參數設定
S	100
K	100
r	0.0165
σ	0~4
T	3

表 5 到期期間變動對買權價格影響之參數設定

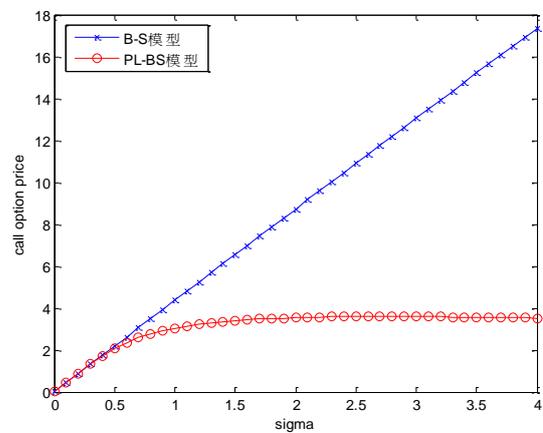


圖 15 漲跌幅限制為 3%之波動率的買權價格敏感度分析

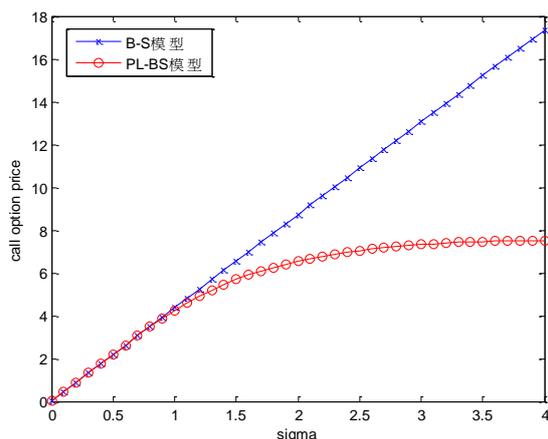


圖 16 漲跌幅限制為 7% 之波動率的買權價格敏感度分析

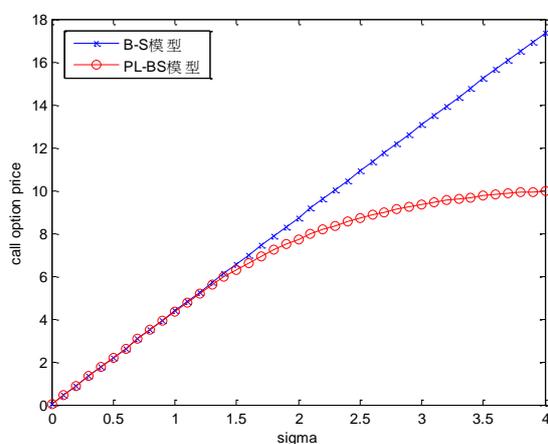


圖 17 漲跌幅限制為 10% 之波動率的買權價格敏感度分析

結果發現當漲跌幅限制越大，PL-BS買權價格與B買權價格的差距會越明顯，不過在漲跌幅限制為7%時，兩種模型的買權價格需在波動率超過1時才可看出兩者模型價格的顯著差距，因此在台灣金融市場之實證上，股價波動率大於1之後，才有可能使PL-BS模型會顯著優於B-S模型。

參考文獻

- [1]陳松男，金融工程學，新陸總經銷，2005
- [2]陳樂軒，台灣股市之漲跌停板的限制對B-S選擇權定價模式之影響，2005
- [3]羅文宏，漲跌幅限制下選擇權評價模型，國立政治大學經濟系碩士論文，2001
- [4]董孟雲，金融選擇權：市場、評價與策略，新陸總經銷，1996
- [5]Black, F. and M. Scholes., "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." *Journal of Political Economy*, May-June 1973, 81:637-659.
- [6]Cox, J. C., S. A. Ross and M. Rubinstein, Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics* 7,1983,229-263
- [7]Ma, C. K., and R. P. Rao and S. R. Sears., Price Resolution, and the Effectiveness of Price Limits. *Journal of Financial Services Research*,1989b,3:165-199

3. 結論

過去台灣金融市場評價歐式選擇權並未考慮漲跌停板之因素，導致為求出選擇權真正價格，而亞洲市場有中國大陸和日本為了防止股市波動過大也採用漲跌幅限制，避免人為操作造成股市過於動盪不安。過去研究漲跌幅限制下之實證分析有兩派說法，具有遞延效果或者冷卻效果，並非明顯傾向於哪派，因此本研究採用具有遞延效果的說法來分析漲跌幅限制下歐式選擇權之評價，並推導漲跌幅限制下之歐式選擇權公式合推導公式之避險參數。從研究