

結合模糊聚類與不同門檻程度之加權模糊時間序列模式

張景榮*
朝陽科大資管系
chrischang@cyut.edu.tw

黃煜傑
朝陽科大資管系
s9914612@cyut.edu.tw

摘要

自從Song與Chissom兩位學者在1993年提出模糊時間序列的觀念後，許多學者先後提出各種不同的模糊時間序列模式，然而這些模式在模糊化時未能客觀的依據資料集特性做語意切割，且模糊化時僅考慮歸屬程度最大的語意來建立模糊關係，往往預測時未能考慮模糊關係的權重。基於上述原因，本研究參考Cheng et al.,[2]提出的多屬性模糊時間序列方法，首先採用模糊聚類（Fuzzy c-mean；FCM）對資料集做分群，接著，根據張景榮等人[1]提出的基於不同歸屬程度之加權模糊時間序列的方法，藉由計算各個模糊關係的模糊基數（fuzzy cardinality），建立加權的模糊關係，並進一步對模糊基數設立門檻值，探討在不同門檻程度下的雜訊影響。實驗驗證採用阿拉巴馬大學年度入學人數來評估本模式的績效，結果顯示本模式之預測結果相較於先前的方法有進一步的改善。

關鍵詞：模糊時間序列、模糊關係、模糊群聚法（Fuzzy c-mean）。

1. 前言

歷史性的資料過去都由傳統的時間序列處理，但不能預測有關語意歷史資料的問題。因為傳統時間序列需要大量歷史資料，且資料必須是常態分配才能得到較好的效能。然而，在面臨這類的問題時，常常遇到沒有足夠的資料來建構時間序列模式的情況[1]。為了解決這樣的問題，近年來，很多模糊時間序列方法（fuzzy time series）被提出，例如Song and Chissom [18]建構出的模糊關係矩陣，利用最大-最小運算子（max-min operator）計算出預測值；

Chen[19]利用均等區間長度來切割值域並運用簡單的計算來產生預測法則；Huang[11]延伸Chen[19]的方法，利用探索式的簡單計算，算出預測值；Yu[6]則提出加權的方式來解決週期性的模糊關係。

然而，這些方法仍有其缺點，張景榮等人[1]提出除了在模糊化資料集時不夠客觀，且在模糊時間序列世界中常常專注在明顯的語意值，忽略不明顯之語意值將對預測過程可能具有的潛在關鍵影響。換句話說，當同一筆資料在兩個以上的語意值歸屬值大於零時，先前的方法往往選擇保留最大歸屬度的而丟棄其他資訊，而累積這樣的少量資訊遺失可能最終會影響預測結果。

此外，大部份早期的模糊時間序列方法在切割語意時通常採用均等切割法，無法將資料集依照其分部特性做有效的預處理，且往往將每條模糊規則當作是“同等重要”，而事實上每條模糊規則對預測值有著不同程度的影響[1]。因此，許多模糊時間序列被提出來解決上述的問題，如使用模糊聚類方法（Fuzzy c-mean；FCM）來將資料集依照其特性模糊化，使得語意切割更為客觀[2]，在權重關係方面，一個基於不同歸屬程度之加權模糊時間序列模式提出後解決了模糊關係的權重問題[1]。

本研究採用上述方法的概念，藉由模糊聚類使得資料集離散化的更為客觀，由於每筆資料將產生同等於分群數目之對應歸屬值，在計算各個模糊關係的模糊基數（fuzzy cardinality）後建立加權的模糊關係，然而這些模糊基數扮演著直接對預測結果造成影響之因子，假設造成負面影響，我們稱之為雜訊，因此，本研究將進一步針對模糊基數設立門檻值 α ，探討在不同門檻程度下的雜訊影響，找出最佳 α 值並

減少使用模糊聚類方法下所產生的誤差，以期望能達到改進預測效果。在實驗資料的選擇上，則使用傳統模糊時間序列文獻研究中都會採用，由Song & Chissom所提出之阿拉巴馬大學年度入學人數的資料集作初步驗證[16,17,18]，以作為本研究方法的實例與比較。

2. 相關文獻

本章將簡單介紹本研究會使用到的相關理論之基本介紹，包含：模糊關係、語意變數、模糊時間序列以及模糊群聚法的基本概念。

2.1 模糊關係

模糊關係在經濟、心理、醫學和社會等的領域中，扮演著很重要的角色。模糊關係是一個模糊集合的卡笛生乘積 (Cartesian product)。模糊值代表著不同領域的元素的相關程度。模糊關係對應到一個值域稱為 X ，另一個值域則稱為 Y 。而模糊集合式從卡笛生乘積之空間 $X \times Y$ 對應到區間 $[0,1]$ ，而對應的強度是根據從兩個值域或 $\mu_R(x, y)$ 之間關係的歸屬函式描述之。[21]

假設 R 和 S 為卡笛生乘積 $X \times Y$ 的模糊關係。下列的式子是用來計算歸屬值的集合運算：

Union

$$\mu_{R \cup S}(x, y) = \max(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)) \quad (1)$$

Intersection

$$\mu_{R \cap S}(x, y) = \min(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)) \quad (2)$$

2.2 語意變數

根據 Zadeh[12,13,14]所提，對於複雜或難以定義的情境，一般人難以傳統的量化方法來做合理的表達，因此有必要運用語意變數的觀點來處理這類情況。語意變數並不是使用明確的數值，而是人類的一個文字、自然的句子或人工語言所代表的變數，我們可將語意變數劃分為數個適當

且有效的語意尺度，以下列的例子而言，可以將語意表達為「非常不滿意」、「不滿意」、「普通」、「滿意」、「非常滿意」等五種語意值，讓評選者各自選擇他們認為合適的語意值來描述個人對此評選項目的感受，如下圖1所示。再由透過事先設計好的各種語意值所對應的模糊數，如下表1所示，進而推算全體評選者對各評審項目的實際感受值。

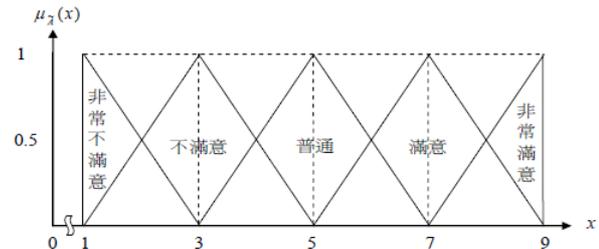


圖 1 五尺度語意之三角模糊歸屬函數圖

表 1 語意變數與對應三角模糊數對照表

語意值	三角模糊數
非常不滿意 (very unsatisfy)	(1,1,3)
不滿意 (unsatisfy)	(1,3,5)
普通 (fair)	(3,5,7)
滿意 (satisfy)	(5,7,9)
非常滿意 (vary satisfy)	(7,9,9)

2.3 模糊群聚法

Bezdek提出的模糊聚類方法 (Fuzzy c-mean; FCM) [8]又稱為模糊 C均值演算法，在聚類演算法中較為基礎且在處理模糊規則等領域中運用的相當廣泛[2]，使用FCM來模糊化資料集與模糊規則時能夠較為客觀的將相似族群歸成一類，使得資料集能夠離散化的較為合理，底下簡單描述FCM演算法的計算公式 (3)：

$$\min J_m(X, U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{t=1}^n u_{it}^m d^2(x_t, v_i) \quad (3)$$

假設 $m > 1$ ， m 代表加權指數，此公式代表將 n 個特徵向量 x_t ($t = 1, 2, \dots, n$) 模糊化為 c 個群集數，其中 c 必須 > 2 並求得聚類中心 v_i 與各群集中非相似性最小之歸屬程度 u_{it} (u 代表介於0至1的模糊集合)， $d(x_t, v_i)$ 則為 x_t 與 v_i 之歐幾里德距離 (Euclidean distance)，其最小化過程必須滿足以下條

件：

$$1、0 \leq u_{it} \leq 1 \quad \forall i, t,$$

$$2、0 < \sum_{t=1}^n u_{it} \leq n \quad \forall i,$$

$$3、\sum_{i=1}^c u_{it} = 1 \quad \forall t$$

在FCM方法中，運用疊代法（Iterative Method）概念，重覆產生新的函數 J_m ，並重新代入公式求得最佳歐幾里德距離，如公式(4)(5)，其中 j 為一個特徵空間的變數（ $j = 1, 2, \dots, m$ ）。

$$v_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n u_{it}^m x_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{it}^m} \quad (4)$$

$$u_{it} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d(x_i; v_j)}{d(x_i; v_j)} \right)^{2/m-1}} \quad (5)$$

2.4 模糊時間序列

Zadeh 提出的模糊理論解決真實世界中普遍存在似是而非的模糊現象，當人們面對定義不清楚或容易因個人認知不同而導致意義有所差異，可透過模糊數學方法，進行適當的定量分析處理問題，Song and Chissom[16]基於這樣的觀念針對語意資料提出了模糊時間序列的預測模型。他們用不同的三角模糊數方法模糊化明確值後建構了模糊時間序列，底下簡單描述相關模糊時間數列的定義：

1、模糊時間序列：

令 $Y(t)$ ($t = \dots, 0, 1, 2, \dots$) 為字集且為 R 的部份集合，且 $u_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$) 為定義在字集 $Y(t)$ 中之模糊集合。如果 $F(t)$ 為 $Y(t)$ ($t = \dots, 0, 1, 2, \dots$) 的集合，則 $F(t)$ 為 $Y(t)$ ($t = \dots, 0, 1, 2, \dots$) 的模糊時間序列。

2、模糊時間序列關係

令 $F(t)$ 為一時間序列且存在模糊關係 $R(t-1, t)$ ，使得 $F(t) = F(t-1) \times R(t-1, t)$ ，其中“ \times ”為運算子，且 $F(t-1)$ 導致 $F(t)$ ，表示成 $F(t-1) \rightarrow F(t)$ 。

3、時間變動性與非時間變動性模糊時間

序列假設 $F(t)$ 由 $F(t-1)$ 所導致，使得 $F(t) = F(t-1) \times R(t-1, t)$ ，對任一時點 t ，假使模糊關係 $R(t-1, t)$ 與 t 獨立，則稱 $F(t)$ 為非時間變動性模糊時間序列，反之則稱為時間變動性模糊時間序列。

在這之後，Song and Chissom 於1994年的研究中[18]，也探討非時間變動性與時間變動性模型的差異，提出三層倒傳遞神經網路架構轉換輸出並比較三種不同的解模糊方法，他們的結果顯示類神經網路解模糊模型有較小的平均預測誤差，但其所提出的方法運用Max-Min 運算子，需要非常大量且複雜的計算。

近年來陸續有許多相關研究被提出，例如：Cheng, Chang and Yeh[3]透過兩種模糊語意切割的方法，來改善先前語意切割法的缺點，並提昇預測的準確度；Chen, Cheng and Teoh[20]提出一個結合斐波那契數列（Fibonacci sequence）以及艾略特波浪理論的模糊時間序列模型，使用來預測台股積電股票價格以及台股加權股價指數（TAIEX）；Cheng, Cheng and Wang[2]提出一個結合模糊聚類（Fuzzy c-mean）的模糊時間序列模型，用來預測台股加權股價指數（TAIEX）；Leu, Lee and Jou[22]提出一個以距離基礎的模糊時間序列（DBFTS）來預測匯率，除了預測變數以外，還透過主成分分析（PCA）透建立第二變數的模糊關係，並經由兩個FLRs之間的距離判斷來選擇適當的預測規則。

本研究主要參考了張景榮等人[1]所提出的基於不同歸屬程度之加權模糊時間序列模式來建立權重概念，並加入 α 值做為門檻限制，以剔除可能造成預測誤差的模糊基數，該方法運算過程分成底下三個階段：

1、訓練資料模糊化

一開始是針對輸入變數各別建立適合的歸屬函數，將歷史資料切割成適當的模糊集合。

2、建立加權模糊規則

根據訓練資料來建立加權模糊規則，各個模糊關係的權重可以經由訓練資

料中歸屬值的模糊基數 (fuzzy cardinality) 總和算出, 與先前的方法最大不同處, 在於本階段建立模糊關係時會同時考慮不同歸屬程度的語意值。本階段包含底下兩個步驟---

步驟一: 根據每筆訓練資料中每一個語意值的歸屬函數轉換成模糊集合表示。接著從訓練資料找出一階模糊關係, 並計算每個一階模糊關係的基數 (cardinality)。

步驟二: 針對前一步驟得到的模糊關係將關係左邊項目 (Left hand side: LHS) 與右邊項目 (Right hand side: RHS) 的語意值相同的做合併, 並將其每筆模糊關係中之 LHS 與 RHS 歸屬值取 AND (也就是歸屬值取小) 後相加以求得整合的模糊基數。在此本研究將加入 α 值做為門檻限制, 以剔除可能造成預測誤差的模糊基數。

3、資料預測與比較

根據當前時間 t 的模糊語意值選擇對應的模糊關係來預測, 解模糊化 RHS 的語意值並乘上權重進而計算下一期的預測值。計算公式如公式 (6)

$$F(t+1) = \frac{\sum_{p=1}^{n_1} W_{(L_i^o, L_i^{o+1})}^p * D(L_j)}{\sum_{p=1}^{n_1} W_{(L_i^o, L_i^{o+1})}^p} \quad (6)$$

其中 $F(t+1)$ 表示下一期的預測值, n_1 為所有符合 LHS 語意值等於時間 t 期模糊語意值的所有模糊關係, W 則代表該模糊關係的權重 (模糊基數), $D(L_j)$ 代表該模糊關係之 RHS 之反模糊化值。

3. 結合模糊聚類基於不同門檻程度之加權模糊時間序列模式

此章節將介紹本研究所提出來的模糊時間序列模式, 在訓練資料方面我們參考 Cheng et al., [2] 提出的模糊化方法, 採用模糊聚類方法 (Fuzzy c-mean; FCM) 對資料集做分群以及在建立模糊規則時考慮不同群集的歸屬程度來建立加權的模糊關係,

且在預測時設立 α 值做為門檻限制, 以剔除低於門檻值之模糊關係, 在實驗驗證方面採用 Song & Chissom 所提出阿拉巴馬大學年度入學人數自 1971 到 1992 的資料集 [16,17,18], 如下表 2。本模式計算步驟如下:

1、訓練資料模糊化

採用模糊聚類方法來針對資料集作模糊化動作, 之所以採用這個方法的原因是可以將歷史資料依據其特性做較為客觀的分群, 也期望透過此方法將資料離散化的更為合理, 該方法將歷史資料分為 7 群, 其得出的 7 個群集分別代表 7 種語意, 其聚類中心如表 3 所示, 接著執行模糊化原始資料並得出每筆資料之聚類歸屬程度, 每筆資料皆產生 7 個對應之歸屬值, 其結果如附錄表 8 所示。

表 2 阿拉巴馬大學入學人數 [2]

Year	Enrollments	Year	Enrollments
1971	13055	1982	15433
1972	13563	1983	15497
1973	13867	1984	15145
1974	14696	1985	15163
1975	15460	1986	15984
1976	15311	1987	16859
1977	15603	1988	18150
1978	15861	1989	18970
1979	16807	1990	19328
1980	16919	1991	19337
1981	16388	1992	18876

表 3 入學人數之模糊語意與聚類中心對照表 [2]

Cluster	Center	Linguistic
1	14702	2
2	18161	6
3	19144	7
4	15950	4
5	15385	3
6	13459	1
7	16835	5

2、建立模糊關係並計算其對應的權重

根據附錄表 8 之訓練資料中每一個語意值的歸屬函數轉換成模糊集合表示。接著從訓練資料找出一階的模糊關係, 並計算每個模糊關係的基數 (cardinality), 也就是前一年的模糊語意值 (LHS), 推論後一年的模糊語意值 (RHS), 因篇幅有限, 如同表 4 中將以 1971 年推論 1972 年為

例，共產生49筆模糊關係。

3、求得整合的模糊規則與權重

針對前一步驟得到的模糊關係將關係LHS與RHS之語意值相同的做合併，並將其每筆模糊關係中之LHS與RHS歸屬值取AND（也就是歸屬值取小）後相加以求得整合的模糊基數，其運算結果如表5所示。表5中模糊關係 $L_1 \rightarrow L_1$ 之所以模糊基數為1.7592 是由於每一年之模糊關係為 $L_1 \rightarrow L_1$ 之歸屬值根據公式(2)取小後相加所求得，依此類推執行1971年至1992年共21筆。

4、建立 α 值做為門檻限制

此一步驟將剔除低於門檻值之模糊基數，假設 α 設為0.5，則整合後之模糊基數小於此門檻值時，將被刪除並排除運算，例如表5中模糊關係 $L_1 \rightarrow L_3$ 之模糊基數僅有0.2507，由於未達門檻限制值，因此將被移除。本研究另一目的為探討不同 α 值產生的預測結果及誤差，因此，我們將 α 值設定為 0.01 至 1 逐步執行運算，並根據預測結果找出最佳門檻值，達到較佳的績效表現。

23	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
24	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
25	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
26	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
27	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
28	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_7, 0.0002)$
29	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_1, 0.9925)$
30	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
31	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
32	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
33	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
34	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
35	$(L_5, 0.0112) \rightarrow (L_7, 0.0002)$
36	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_1, 0.9925)$
37	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
38	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
39	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
40	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
41	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
42	$(L_6, 0.0062) \rightarrow (L_7, 0.0002)$
43	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_1, 0.9925)$
44	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
45	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
46	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
47	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
48	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
49	$(L_3, 0.0043) \rightarrow (L_7, 0.0002)$

表 4 阿拉巴馬大學年度入學人數建立之模糊關係示意表 - 以1971年推論1972年為例

Relation No	One period fuzzy relations
1	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_1, 0.9925)$
2	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
3	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
4	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
5	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
6	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
7	$(L_1, 0.8888) \rightarrow (L_7, 0.0002)$
8	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_1, 0.9925)$
9	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
10	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
11	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
12	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
13	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
14	$(L_2, 0.0425) \rightarrow (L_7, 0.0002)$
15	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_1, 0.9925)$
16	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_2, 0.0033)$
17	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_3, 0.0019)$
18	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_4, 0.0012)$
19	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_5, 0.0006)$
20	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_6, 0.0003)$
21	$(L_3, 0.0279) \rightarrow (L_7, 0.0002)$
22	$(L_4, 0.0190) \rightarrow (L_1, 0.9925)$

表 5 合併後的模糊關係與權重

Relation No	Fuzzy relations	Weight (cardinality)
1	$L_1 \rightarrow L_1$	1.7592
2	$L_1 \rightarrow L_2$	0.8787
3	$L_1 \rightarrow L_3$	0.2507
4	$L_1 \rightarrow L_4$	0.1012
5	$L_1 \rightarrow L_5$	0.0509
6	$L_1 \rightarrow L_6$	0.0242
7	$L_1 \rightarrow L_7$	0.0159
8	$L_2 \rightarrow L_1$	0.1187
9	$L_2 \rightarrow L_2$	0.9133
10	$L_2 \rightarrow L_3$	1.3588
11	$L_2 \rightarrow L_4$	1.0114
12	$L_2 \rightarrow L_5$	0.177
13	$L_2 \rightarrow L_6$	0.0269
14	$L_2 \rightarrow L_7$	0.0197
15	$L_3 \rightarrow L_1$	0.1088
16	$L_3 \rightarrow L_2$	1.2652
17	$L_3 \rightarrow L_3$	3.2165
18	$L_3 \rightarrow L_4$	1.316
19	$L_3 \rightarrow L_5$	0.2327
20	$L_3 \rightarrow L_6$	0.0304
21	$L_3 \rightarrow L_7$	0.0222
22	$L_4 \rightarrow L_1$	0.0782

23	L ₄ → L ₂	0.1355
24	L ₄ → L ₃	0.662
25	L ₄ → L ₄	0.2854
26	L ₄ → L ₅	2.0069
27	L ₄ → L ₆	0.0354
28	L ₄ → L ₇	0.0277
29	L ₅ → L ₁	0.0522
30	L ₅ → L ₂	0.0986
31	L ₅ → L ₃	0.5973
32	L ₅ → L ₄	0.6079
33	L ₅ → L ₅	1.4361
34	L ₅ → L ₆	1.0608
35	L ₅ → L ₇	0.0383
36	L ₆ → L ₁	0.0288
37	L ₆ → L ₂	0.0346
38	L ₆ → L ₃	0.065
39	L ₆ → L ₄	0.0412
40	L ₆ → L ₅	0.0536
41	L ₆ → L ₆	0.1357
42	L ₆ → L ₇	1.0481
43	L ₇ → L ₁	0.0183
44	L ₇ → L ₂	0.0241
45	L ₇ → L ₃	0.037
46	L ₇ → L ₄	0.028
47	L ₇ → L ₅	0.0376
48	L ₇ → L ₆	0.1801
49	L ₇ → L ₇	2.7579

5、資料預測與比較

根據當前時間 t 的模糊語意值並選擇調整後對應的模糊規則來預測，解模糊化 RHS 的語意值並乘上權重進而計算下一期的預測值。由於模糊化方法採用模糊聚類法，因此 RHS 語意值則代表其聚類中心，預測公式 (2) 將調整為公式 (7)

$$F(t+1) = \frac{\sum_{p=1}^{n_1} W_{(L_i^o, L_i^{o+1})}^p * C(L_j)}{\sum_{p=1}^{n_1} W_{(L_i^o, L_i^{o+1})}^p} \quad (7)$$

其中 $C(L_j)$ 代表該模糊關係之群中心值(Center)。

4. 實驗與比較

根據上述的內容，依序調整不同的門檻值並將原始資料自 1972 到 1992 執行所提出的模糊時間序列模式後，經本研究實際運算，其平均誤差折線圖如附錄圖 2，圖

中 Cheng, et al.[2]所提出的模式之平均誤差為 2.40%，因未考慮 α 值，故結果均等，然而我們發現當 α 為 0 時（不調整），預測平均誤差約為 2.47%，但隨著 α 值慢慢調整上升時，預測績效皆有改進，且 α 值約介於 0.3 至 0.6 時，預測績效最為良好，證明當模糊基數越趨近於 0 時，其模糊基數為負面因子（雜訊），在預測過程中容易造成些微誤差，因此我們需要對模糊規則做些調整，由於不同門檻限制下產生之預測結果皆不同，因此僅列出較佳的預測結果，整理如下表 6。而為了進一步了解所提出的方法之績效表現，本研究整理了不同方法之間的誤差比較，如下表 7 所示，其中 RMSE 代表均方根差 (root mean square error; RMSE)，其計算公式如公式 (8)。

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Forecasted_i - Actual_i)^2}{n}} \quad (8)$$

表6 預測結果及誤差

Year	Actual Enrollments	Forecasted Enrollments	Error
1971	13055	*	*
1972	13563	14164	4.43%
1973	13867	13893	0.19%
1974	14696	14333	2.47%
1975	15460	15392	0.44%
1976	15311	15364	0.35%
1977	15603	15393	1.35%
1978	15861	15546	1.99%
1979	16807	16329	2.84%
1980	16919	16834	0.50%
1981	16388	16828	2.68%
1982	15433	16436	6.50%
1983	15497	15365	0.85%
1984	15145	15369	1.48%
1985	15163	15394	1.52%
1986	15984	15398	3.67%
1987	16859	16472	2.30%
1988	18150	16835	7.25%
1989	18970	19143	0.91%
1990	19328	19083	1.27%
1991	19337	19090	1.28%
1992	18876	19085	1.11%

*not forecasted

表 7 預測績效及比較

Methods	Average Error	RMSE
Chen (1996)	3.11%	633.33
Cheng, et al. (2006)	MEPA	2.75%
	TFA	2.66%
Cheng, et al. (2008)	2.40%	478.46
Chang, et al. (2010)	2.29%	502.98
Proposed model ($\alpha \in [0.3, 0.6]$)	2.16%	468.93

5. 結論

使用模糊聚類方法 (Fuzzy c-mean; FCM) 來針對資料集作模糊化動作能夠將歷史資料的特性做較為客觀的分群，使其離散化更為合理，由於許多先前的研究者提出他們的模糊時間序列方法做預測時，未仔細考慮根據不同歸屬程度來建立模糊關係，以及每條模糊規則對預測結果有著不同程度之影響，如 Cheng, et al.[2] 研究中，僅考慮歸屬程度最大之群集來建立模糊關係，因此，我們採用了 Chang, et al.[1] 等人所提出的模糊基數權重概念來建構一個加權的模糊時間序列模式，並加入不同門檻值找出過濾雜訊的方法，運算出較佳

的預測績效。所提出的方法與先前研究最大不同之處在於根據不同歸屬程度於建立模糊規則時，所產生之模糊基數可能對預測值帶來正負面影響，從阿拉巴馬大學年度入學人數的資料集之實驗結果可看出模糊基數趨近於0時，可能產生負面影響，因此刪除低於門檻值之雜訊將對預測結果有實際的績效改進。

未來希望能將本研究的模式進一步執行在其他更大型的時間序列資料集，例如：台股加權股價指數 (TAIEX)、外幣匯率或觀光旅遊人數等類型資料。此外，以本研究為基礎，發展不同群數 (語意數) 與加入支持度 (Support) 概念來過濾雜訊，或建構多變量的模糊時間序列模式，以及發展成高階模糊時間序列也是未來可行的相關研究。

致謝

本研究感謝中華民國行政院國家科學委員會計畫編號 NSC99-2410-H-324-008-的部分贊助支持。

附錄

表 8 阿拉巴馬大學入學人數之模糊語意值與歸屬值[2]

	S(1)	S(2)	S(3)	S(4)	S(5)	S(6)	S(7)	S(8)	S(9)	S(10)	S(11)
L_1	0.8888	0.9925	0.8067	0.0480	0.0000	0.0048	0.0039	0.0017	0.0001	0.0005	0.0093
L_2	0.0425	0.0033	0.0936	0.7597	0.0001	0.1688	0.0484	0.0134	0.0003	0.0018	0.0407
L_3	0.0279	0.0019	0.0478	0.1232	0.9998	0.7787	0.7988	0.0599	0.0005	0.0030	0.0900
L_4	0.0190	0.0012	0.0274	0.0441	0.0001	0.0377	0.1334	0.9118	0.0013	0.0071	0.4378
L_5	0.0112	0.0006	0.0137	0.0155	0.0000	0.0069	0.0115	0.0104	0.9971	0.9821	0.3870
L_6	0.0062	0.0003	0.0065	0.0059	0.0000	0.0020	0.0027	0.0019	0.0005	0.0042	0.0249
L_7	0.0043	0.0002	0.0043	0.0036	0.0000	0.0011	0.0014	0.0009	0.0002	0.0013	0.0103
$F(t)$	L_1	L_1	L_1	L_2	L_3	L_3	L_3	L_4	L_5	L_5	L_4
	S(12)	S(13)	S(14)	S(15)	S(16)	S(17)	S(18)	S(19)	S(20)	S(21)	S(22)
L_1	0.0001	0.0004	0.0059	0.0067	0.0001	0.0000	0.0000	0.0010	0.0009	0.0010	0.0021
L_2	0.0026	0.0071	0.7921	0.7306	0.0004	0.0001	0.0000	0.0018	0.0017	0.0019	0.0041
L_3	0.9952	0.9833	0.1694	0.2231	0.0013	0.0002	0.0000	0.0023	0.0022	0.0024	0.0052
L_4	0.0017	0.0079	0.0242	0.0296	0.9977	0.0006	0.0000	0.0032	0.0029	0.0031	0.0072
L_5	0.0002	0.0010	0.0057	0.0068	0.0005	0.9987	0.0001	0.0063	0.0052	0.0057	0.0147
L_6	0.0001	0.0002	0.0018	0.0021	0.0001	0.0030	0.9997	0.0438	0.0239	0.0258	0.1196
L_7	0.0000	0.0001	0.0010	0.0012	0.0000	0.0001	0.0001	0.9416	0.9632	0.9601	0.8472
$F(t)$	L_3	L_3	L_2	L_2	L_4	L_5	L_6	L_7	L_7	L_7	L_7

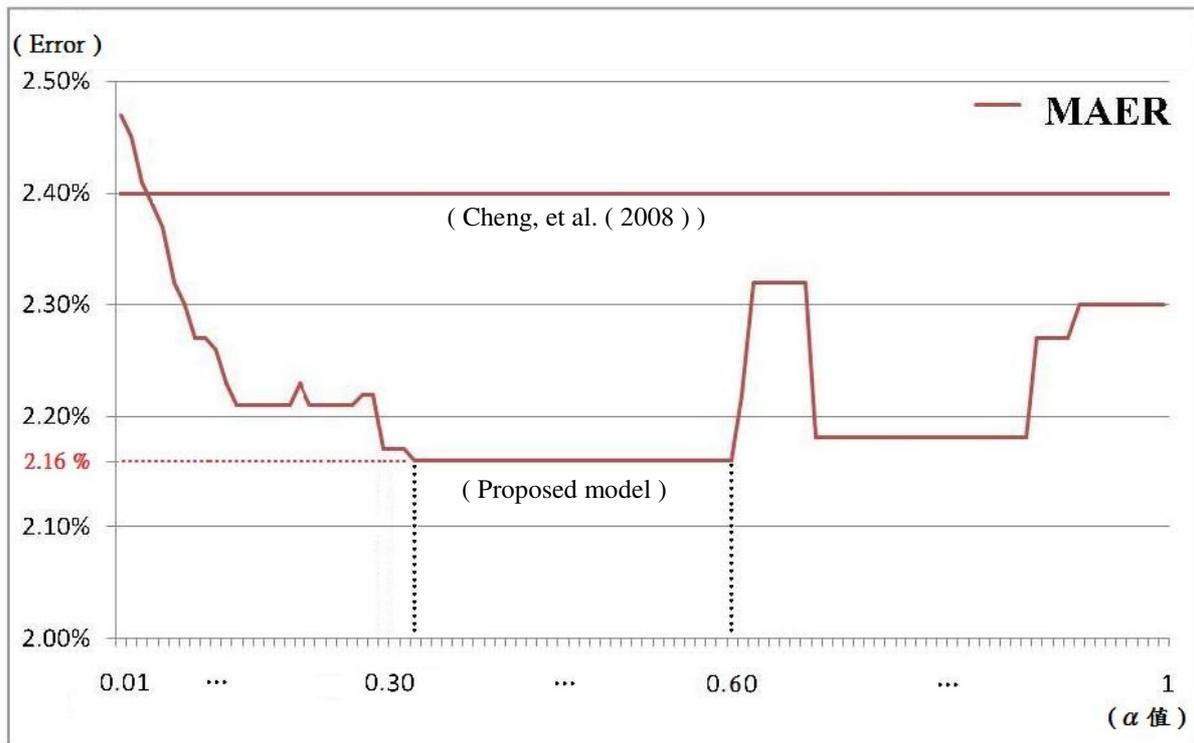


圖 2 不同 α 值之平均誤差率曲線圖

參考文獻

- [1] 張景榮、廖淑瑩、黃煜傑，基於不同歸屬程度之加權模糊時間序列模式，*The 2010 Conference on Technologies and Applications of Artificial Intelligence(TAAI2010)*，2010，第223-231頁
- [2] C. H. Cheng, G. W. Cheng, and J. W. Wang, "Multi-attribute fuzzy time series method based on fuzzy clustering," *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 2, 2005, pp. 1235-1242.
- [3] C. H. Cheng, J. R. Chang, and C. A. Yeh, "Entropy-based and trapezoid fuzzification-based fuzzy time series approaches for forecasting IT project cost," *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 73, 2006, pp. 524-542.
- [4] C. H. Cheng, T. L. Chen, H. J. Teoh, and C. H. Chiang, "Fuzzy time-series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting," *Expert Systems with Applications*, vol. 34, 2008, pp. 1126-1132.
- [5] C. H. Cheng, Y. S. Chen, and Y. L. Wu, "Forecasting innovation diffusion of products using trend-weighted fuzzy time-series model," *Expert Systems with Applications*, vol. 36, 2009, pp. 1826-1832.
- [6] H. K. Yu, "Weighted fuzzy time series models for TAIEX forecasting," *Physica A*, vol. 349, 2004, pp. 609-624.
- [7] H. K. Yu, and K. H. Huarng, "A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX," *Expert Systems with Applications*, vol. 34, 2008, pp. 2945-2952.
- [8] J. C. Bezdek, *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*, NY: Plenum Press, 1981
- [9] J. R. Chang, L. Y. Wei, and C. H. Cheng, "A Hybrid ANFIS model based on AR and volatility for TAIEX forecasting," *Applied Soft Computing*, vol. 11, 2011, pp. 1388-1395.
- [10] J. R. Chang, Y. T. Lee, S. Y. Liao, and C. H. Cheng, "Cardinality-based Fuzzy Time Series for Forecasting Enrollments," (*IEA/AIE 2007, Japan*)H.G. Okuno and M. Ali (Eds.), *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, vol. 4570, 2007, pp. 735-744.
- [11] K. Huarng, "Heuristic models of fuzzy time series for forecasting," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 123, 2001, pp. 369-386.
- [12] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I," *Information Sciences*, vol. 8(3), 1975a, pp. 199-249.
- [13] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-II," *Information Sciences*, vol. 8(4), 1975b, pp. 301-357.
- [14] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-III," *Information Sciences*, vol. 9(1), 1976, pp. 43-80.
- [15] O. Castillo, and P. Melin, "Hybrid Intelligent Systems for Time Series Prediction Using Neural Networks, Fuzzy Logic, and Fractal Theory," *IEEE Transactions on neural networks*, vol.13, no. 6, 2002, pp. 1395-1408.
- [16] Q. Song, and B.S. Chissom, "Fuzzy time series and its models," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 54, 1993a, pp. 269-277.
- [17] Q. Song, and B.S. Chissom, "Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part I," *Fuzzy sets and systems*, vol. 54, 1993b, pp. 1-10.
- [18] Q. Song, and B.S. Chissom, "Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part II," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 62, 1994, pp. 1-8.
- [19] S. M. Chen, "Forecasting enrollments based on fuzzy time series," *Fuzzy sets and systems*, vol. 81, 1996, pp. 311-319.
- [20] T. L. Chen, C. H. Cheng, and H. J. Teoh, "Fuzzy time-series based on Fibonacci sequence for stock price forecasting," *Physica A*, vol. 380, 2007, pp. 377-390.
- [21] T. J. Ross, (Ed.), *Fuzzy logic with engineering applications (2ed.)*, 2006 New York: McGraw-Hill.

- [22] Y. Leu, C. P. Lee, and Y. Z. Jou, "A distance-based fuzzy time series model for exchange rates forecasting," *Expert Systems with Applications*, vol. 36, 2009, pp. 8107-8114.